المجلة الالكترونية الشاملة متعددة المعرفة لنشر الأبحاث العلمية والتربوية
العدد الثالث والستين شهر (تموز) 2023
ISSN: 2617-9563

الاعداد الاولية – الجزء الاول

المهندس ابراهيم داود فاخوري

جامعة حلب 1989 – هندسة ميكانيكية

ibrahim_fakhouri@yahoo.com

الملخص:

اذا طلبت من احدهم ان يعرف العدد الزوجي او الفردي الذي ترتيبه 515 فانه سيقوم بشكل سريع ومباشر بواسطة المعادلات الناظمة للاعداد الزوجية والفردية باعطائك الجواب الصحيح ولكن ماذا اذا طلبت منه قيمة العدد الاولي الذي ترتيبه 515؟

طبعا سيقوم بالرجوع الى جداول او برامج لاعطائك الجواب الصحيح, من اجل ذلك وضعت هذه الدراسة محاولة مني لاعطاء افكار تساعد في الاجابة على هذا السؤال.

سيكون لهذا الموضوع جزء ثاني سأقوم بنشره حال الانتهاء من اعداده لاستكمال الافكار التي تم طرحها في هذا الجزء.

Summary:

If you ask someone to know the even or odd number 515, he will quickly and directly, using equations, give you the correct answer, but what if you ask him the value of the prime number 515?

Of course, he will refer to tables or programs, which prepared for this purpose, to give you the correct answer. For this reason, this study was developed as an attempt by me to give ideas that may help to answer this question.

This topic will have a second part, which I will publish as soon as it is completed to continue the ideas in this part.

المجلة الالكترونية الشاملة متعددة المعرفة لنشر الأبحاث العلمية والتربوية

العدد الثالث والستين شهر (تموز) 2023

ISSN: 2617-9563

الكلمات المفتاحية:

الاعداد الاولية, الاعداد الفردية, الاعداد الفردية غير الاولية (المضاعفة), عامل التباطوء, تسلسل الاعداد بكافة انواعها.

المقدمة: مشكلة الاعداد الاولية هو ظهورها بشكل غير منتظم الى الدرجة التي جعلت العلماء يصفها بالعشوائية، وجعلهم ذلك يضعون النظريات والحدسيات لمحاولة فهم ظاهرة الاعداد الاولية. ونحن هنا لطرح بعض الافكار التي تتعلق بالاعداد الاولية, ولكن قبل البدء بذلك لابد ان نلقي نظرة سريعة على انواع الاعداد وكيفية تولدها والعلاقة بينها وبالاخص ترتيب هذه الاعداد بالنسبة لبعضها البعض لانه بناءا على ذلك سأقوم بطرح هذه الافكار.

هدف الدراسة: معرفة سبب عشوائية الاعداد الاولية وطريقة ترتيبها وتحديد قيمة العدد الاولي بمعرفة تسلسله n, كما هو معروف في الاعداد الزوجية والفردية.

منهجية الدراسة: المقارنة بين ترتيب (تسلسل) الاعداد الفردية n, والاعداد الاولية n_P, والاعداد المضاعفة F, وطرح معادلات وجداول تربط بينها.

الرموز المستخدمة:

O الاعداد الفردية

n تسلسل (ترتيب) الاعداد الفردية

P الاعداد الاولية

n_P تسلسل (ترتيب) الاعداد الاولية

O_O الاعداد الفردية غير الاولية (مضاعفة)

F تسلسل (ترتيب) الاعداد الفردية غير الاولية (معامل التباطؤ او التأخير)

E الاعداد الزوجية

E_E الاعداد الزوجية ذات المنشأ الزوجي

E_O الاعداد الزوجية ذات المنشأ الفردي

المجلة الالكترونية الشاملة متعددة المعرفة لنشر الأبحاث العلمية والتربوية
العدد الثالث والستين شهر (تموز) 2023
ISSN: 2617-9563

متتاليات الاعداد:

- متتالية الاعداد الطبيعية:

$U_n=U_0+n$

حيث U_0 الحد الاول و r الخطوة.

- متتالية الاعداد الزوجية هي:

0, 2, 4, 6, 8, 10, ….

اي ان $U_0=2$ و $r=2$, بالتعويض في المعادلة:

$U_n=0+2n=2n$

- اما متتالية الاعداد الفردية:

1, 3, 5, 7, 9, 11, ….

وبالتالي $U_0=1$ و $r=2$:

$U_n=1+2n=2n+1$

الاعداد الزوجية:

العدد الزوجي هو العدد الذي:

1- ينشأ من ضرب عدد زوجي (سنعتبره هنا 2 للتسهيل) في عدد زوجي او عدد فردي, ولنفرض ان n عدد ما فردي او زوجي وان E عدد زوجي وبالتالي فان :

$E=2n$

2- وايضا ينشأ العدد الزوجي من جمع عددين زوجيين او جمع عددين فرديين

$E=E_1 + E_2$ or $E=O_1+O_2$

3- او من طرح عددين زوجيين او طرح عددين فرديين

$E=E_1-E_2$ or $E=O_1-O_2$

اما من ناحية القسمة فالموضوع فيه تفصيل ويجب ان نفرق بين نوعين من الاعداد الزوجية, الاول منشأه زوجي اي ناتج عن ضرب اعداد زوجية في اعداد زوجية مثل 2, 4, 8, 16, 32,.... والنوع الاخر منشأه فردي اي ناتج من ضرب عدد زوجي في عدد فردي مثل 6, 10, 14,18,...

أ- اذا كانت منشأ العدد الزوجي n فرديا فان تقسيم العدد الزوجي على 2 هو عدد فردي:

$E=2x5=10 \rightarrow \quad 10\div2=5$

فهذا النوع من الاعداد الزوجية يقبل القسمة على عدد فردي.

ب- اما اذا كان منشأ العدد الزوجي n زوجيا فان تقسيم العدد الزوجي على 2 هو عدد زوجي:

$E=2x4=8 \rightarrow \quad 8\div2=4$

وهذا النوع من الاعداد الزوجية لا يقبل القسمة ابدا على عدد فردي.

اما العدد الفردي فينشأ من ضرب عدد فردي في عدد فردي او من جمع عدد زوجي الى عدد فردي, وبشكل عام فان العدد الفردي يتولد من المعادلة :

$O=2n+1$ or $O=2n-1$

العلة هنا في هذا العدد 1 (او اي عدد فردي اخر) الذي ظهر في المعادلة والذي نقلنا من سلسلة الاعداد الزوجية الى سلسلة الاعداد الفردية.

الان يمكن ان ان نفهم لماذا عندما نجمع عددين فرديين تكون النتيجة عدد زوجي:

$E=2n+1+2n+1=4n+2$ عدد زوجي زائد 2 يساوي عدد زوجي

$E=2n-1+2n-1=4n-2$ عدد زوجي ناقص 2 يساوي عدد زوجي

ويمكن ان ان نفهم ايضا لماذا عندما نجمع عدد فردي وعدد زوجي تكون النتيجة عدد فردي:

$E=2n+1+2n=4n+1$ عدد زوجي زائد 1 يساوي عدد فردي

المجلة الالكترونية الشاملة متعددة المعرفة لنشر الأبحاث العلمية والتربوية
العدد الثالث والستين شهر (تموز) 2023
ISSN: 2617-9563

عدد زوجي ناقص 1 يساوي عدد فردي $E=2n-1+2n=4n-1$

الاعداد الفردية:

لطالما وصف توزيع الاعداد الاولية بأنه عشوائي او شبه عشوائي على عكس توزيع الاعداد الزوجية المنتظم حيث تحكمه العلاقة 2n , وايضا توزيع الاعداد الفردية فهو منتظم وتحكمه العلاقة 2n-1.

طبعا لابد ان يكون هناك سبب لسلوك الاعداد الاولية غير المفهوم مع وجود عدد هائل من النظريات والحدسيات لتفسير هذا السلوك.

لننظر الى الجدول التالي:

n	O	n_P	P
1	1	1	2
2	3	2	3
3	5	3	5
4	7	4	7
5	9	5	11
6	11	6	13
7	13	7	17
8	15	8	19
9	17	9	23
10	19	10	29
11	21	11	31
12	23	12	37

لاحظ الرقم 11 كيف يتغير موقعه حسب نظام التسلسل المتبع.

المجلة الالكترونية الشاملة متعددة المعرفة لنشر الأبحاث العلمية والتربوية
العدد الثالث والستين شهر (تموز) 2023
ISSN: 2617-9563

المشكلة تكمن في الاعداد الفردية ذاتها والتي سأقسمها الى اعداد فردية اولية واعداد فردية غير اولية (مضاعفة), قبل ان نبدأ دعنا نتتبع حركة الاعداد الطبيعية وكيف تتولد:

تبدأ الاعداد بالرقم 1 وهو فردي O , ثم يأتي الرقم 2 وهو زوجي (اولي P), ثم الرقم 3 فردي (اوليP), ثم الرقم 4 زوجي E , ثم 5 فردي (اولي P), ثم 6 زوجي E, ثم 7 فردي (اولي E), ثم 8 زوجي E , ثم **<u>9 وهو فردي غير اولي O</u>** ومن هنا تبدأ المشكلة وتبدأ المعادلة الناظمة للاعداد الفردية بالانهيار, اي ان المعادلة 2n-1 لن تصبح بعد الان صالحة لحساب الاعداد الفردية الاولية بمفردها او الاعداد الفردية غير الاولية بمفردها ولكنها تبقى صالحة لحساب الاعداد الفردية بمجملها.

وكلما تولد عدد فردي غير اولي يزداد تباطؤ ظهورالاعداد الاولية ويحل بدلا منها اعداد مضاعفة .

لتوضيح هذا الامر لنأخذ المثال التالي:

الاعداد الفردية		الاعداد الفردية الغير اولية		الاعداد الاولية	
n	**O**	**F**	**O_O**	**n_P**	**P**
1	1	1	1	1	2
2	3	2	9	2	3
3	5	3	15	3	5
4	7	4	21	4	7
5	9	5	25	5	11
6	11	6	27	6	13
7	13	7	33	7	17
8	15	8	35	8	19
9	17	9	39	9	23
10	19	10	45	10	29

المجلة الالكترونية الشاملة متعددة المعرفة لنشر الأبحاث العلمية والتربوية
العدد الثالث والستين شهر (تموز) 2023
ISSN: 2617-9563

- بالنسبة للاعداد الفردية نستخدم المعادلة 2n-1 وهي فعالة في التسلسل n.
- بالنسبة للاعداد الاولية فان المعادلة 2n-1 فعالة حتى التسلسل n_P =4 ولكن عند التسلسل 5= n_P وما بعده تصبح المعادلة غير فعالة.
- بالنسبة للاعداد الفردية الغير اولية فان المعادلة 2n-1 لاتعمل ابدا.
- يمكن استخدام المعادلة 2n+1 لحساب الاعداد الاولية حيث يمكننا اعتبار انه عند n=5 كان العدد المحسوب 2x5-1=9 ولذلك يمكن ان تكون المعادلة 2x5+1=11 صحيحة ولكن تم زيادة قيمة n لتصبح 6 وتم حساب العدد الاولي 2x6-1=11.

لنعد مرة اخرى لتتبع حركة الاعداد الفردية فيما بينها ولنرى سرعة تولد كل منها ولننظر الى الجدول التالي في محاولة لفهم هذه الحركة:

n	F	n_P	$n=F+n_P-1$	العلاقة بين F و n_P
1	1	1	1	$F=n_P$
5	2	4	5	$F=0.5n_P$
20	9	12	20	$F=0.75n_P$
47	24	24	47	$F=n_P$
49	25	25	49	$F=n_P$
51	26	26	51	$F=n_P$
53	27	27	53	$F=n_P$
59	30	30	59	$F=n_P$
89	50	40	89	$F=1.25n_P$
98	55	44	98	$F=1.25n_P$
164	99	66	164	$F=1.5n_P$
169	102	68	169	$F=1.5n_P$
285	182	104	285	$F=1.75n_P$
307	196	112	307	$F=1.75n_P$
503	336	168	503	$F=2n_P$

المجلة الالكترونية الشاملة متعددة المعرفة لنشر الأبحاث العلمية والتربوية
العدد الثالث والستين شهر (تموز) 2023
ISSN: 2617-9563

506	338	169	506	$F= 2n_P$
509	340	170	509	$F= 2n_P$
515	344	172	515	$F= 2n_P$
524	350	175	524	$F= 2n_P$
530	354	177	530	$F= 2n_P$
539	360	180	539	$F= 2n_P$
548	366	183	548	$F= 2n_P$
551	368	184	551	$F= 2n_P$
554	370	185	554	$F= 2n_P$
557	372	186	557	$F= 2n_P$
560	374	187	560	$F= 2n_P$
560	376	188	563	$F= 2n_P$
566	378	189	566	$F= 2n_P$
909	630	280	909	$O_N= 2.25n_P$

عند $n=5$ تكون $F= 0.5\ \mathbf{n_P}$ ثم وبعد مشوار قصير وبالتحديد عند $n=20$ تصبح $F= 0.75\mathbf{n_P}$, ثم بعد مشوار اطول وعند $n=47$ تصبح $F= 2\mathbf{n_P}$ ولكن الامر لا يمر بسهولة هنا بل يحتدم الصراع بينهما حتى يستقر الامر ل F عند $n=59$ وتواصل صعودها متجاوزة $\mathbf{n_P}$ وهذا واضح في الجدول حيث نرى ان سرعة F تزداد كلما تقدمنا الى الامام, والسبب يعود في ذلك الى كثافة تولد الاعداد الفردية غير الاولية, فعلى سبيل المثال فانه في المنطقة $n=665$ الى $n=680$ (16 تسلسل متتابع) لايوجد اي عدد اولي فكلها اعداد اولية غير فردية في حين ان الاعداد الاولية لا تأتي بشكل متتالي الا في تسلسلين متتابعين على الاكثر مثل $n=6,7$ و $n=9,10$ و $n=15,16$ الى اخره.

الان ظهر لدينا واضحا وجليا سبب السلوك العشوائي للاعداد الاولية, انه ظهور او تولد العدد الفردي الغير اولي , حيث انه لايمكن ان يتولد العدد الاولي والعدد غير الاولي في نفس الوقت, فقط احدهما يظهر ويختفي الاخر.

المجلة الالكترونية الشاملة متعددة المعرفة لنشر الأبحاث العلمية والتربوية
العدد الثالث والستين شهر (تموز) 2023
ISSN: 2617-9563

لنتخيل معي ما يحدث, المعادلة 2n-1 تقوم بانتاج الاعداد الفردية اولا, ثم تقوم بفحص هذا العدد بتطبيق شروط الاعداد الاولية حيث تقسمه على نفسه فاذا كان الناتج 1 تضعه في مكانه في تسلسل الاعداد الاولية, اما اذا فشل في الفحص تضعه في سلسلة الاعداد الفردية غير الاولية ويكون ثمن ذلك انها في كل مرة تقوم بذلك تفقد موقعا في تسلسل الاعداد الفردية وتسمح للاعداد الفردية غير الاولية بالتقدم عليها.

الواضح ان ذلك لا يقلقها ابدا المهم ان تحافظ على نقاء جنسها, انها بلا شك عنصرية الاعداد الاولية.

يمكن ان نلخص ماسبق في المعادلتين التاليتين:

- المعادلة الاولي التي تربط بين **F** و n_P و n والتي تعني ان ترتيب الرقم المدروس في قائمة الاعداد الفردية الكلية يساوي مجموع ترتيب نفس الرقم في قائمة الاعداد الفردية الغير اولية زائدا ترتيب نفس الرقم في قائمة الاعداد الاولية مطروحا منه 1:

$$\boxed{n = F + n_P - 1}$$

طبعا ترتيب الرقم في قائمة الاعداد الفردية الغير اولية يمكن حسابه كما ذكرنا سابقا من قانون حساب الاعداد الفردية.

- المعادلة الثانية لحساب كل من P و O_O كل حسب تسلسله:

$$\boxed{P = 2n - 1}$$

مثال لتطبيق المعادلتين السابقتين:

n	2n-1	O	F	2n-1	O_O	n_P	2n-1	P	n
1	2x1-1	1	**1**		1	1	2x1-1	2	1
2	2x2-1	3	1			2	2x2-1	3	2
3	2x3-1	5	1			3	2x3-1	5	3
4	2x4-1	7	1			4	2x4-1	7	4

المجلة الالكترونية الشاملة متعددة المعرفة لنشر الأبحاث العلمية والتربوية
العدد الثالث والستين شهر (تموز) 2023
ISSN: 2617-9563

5	2x5-1	9	2	2x5-1	9	4			5
6	2x6-1	11	2			5	2x6-1	11	6
7	2x7-1	13	2			6	2x7-1	13	7
8	2x8-1	15	3	2x8-1	15	6			8
9	2x9-1	17	3			7	2x1-1	17	9
10	2x10-1	19	3			8	2x10-1	19	10
11	2x11-1	21	4	2x11-1	21	8			11
12	2x12-1	23	4			9	2x12-1	23	12
13	2x13-1	25	5	2x13-1	25	9			13
14	2x14-1	27	6	2x14-1	27	9			14

ارفق جزء من جدول لحساب العامل F:

n		**F**	**n_P**		**n**		**F**	**n_P**	
From	**To**	**F**	**From**	**To**	**From**	**To**	**F**	**From**	**To**
1	4	1	1	4	46		23	24	
5	7	2	4	6	47		24	24	
8	10	3	6	8	48	49	25	24	25
11	12	4	8	9	50	52	26	25	27
13		5	9		53	55	27	27	29
14	16	6	9	11	56	57	28	29	30
17		7	11		58		29	30	
18	19	8	11	12	59		30	30	
20	22	9	12	14	60		31	30	
23	24	10	14	15	61		32	30	
25		11	15		62		33	30	

المجلة الالكترونية الشاملة متعددة المعرفة لنشر الأبحاث العلمية والتربوية
العدد الثالث والستين شهر (تموز) 2023
ISSN: 2617-9563

26	27	12	15	16	63	64	34	30	31
28		13	16		65	66	35	31	32
29	31	14	16	18	67		36	32	
32		15	18		68	70	37	32	34
33	34	16	18	19	71		38	34	
35	37	17	19	21	72		39	34	
38		18	21		73		40	34	
39	40	19	21	22	74	76	41	34	36
41	42	20	22	23	77		42	36	
43		21	23		78	79	43	36	37
44	45	22	23	24	80		44	37	

وايضا يمكن ارفاق الجدول التقريبي التالي:

n		**F=R.n**	
From	**To**	**R**	
		R	**To**
8	13	0.3	0.39
14	43	0.4	0.49
44	162	0.5	0.59
163	1028	0.6	0.69
1029	1500	0.7	0.715

النتائج والتوصيات:

1- تطوير طريقة لحساب F حيث الطريقة المستخدمة هنا تعتمد على الجداول, وسأحاول في الجزء الثاني تطوير هذه الطريقة رغم صعوبة ذلك بسبب ما تظهره الاعداد المضاعفة من عشوائية.
2- دراسة معمقة اكثر للاعداد المضاعفة لاني اعتقد انه اذا تم فهم حركتها فان ذلك سيؤدي لحل موضوع الاعداد الاولية نهائيا.

المراجع:

1- الاعداد - مقدمة قصيرة جدا تأليف بيتر إم هيجنز
2- أشهر الحدسيات في نظرية الأعداد الأولية - المركز الوطني للمتميزين